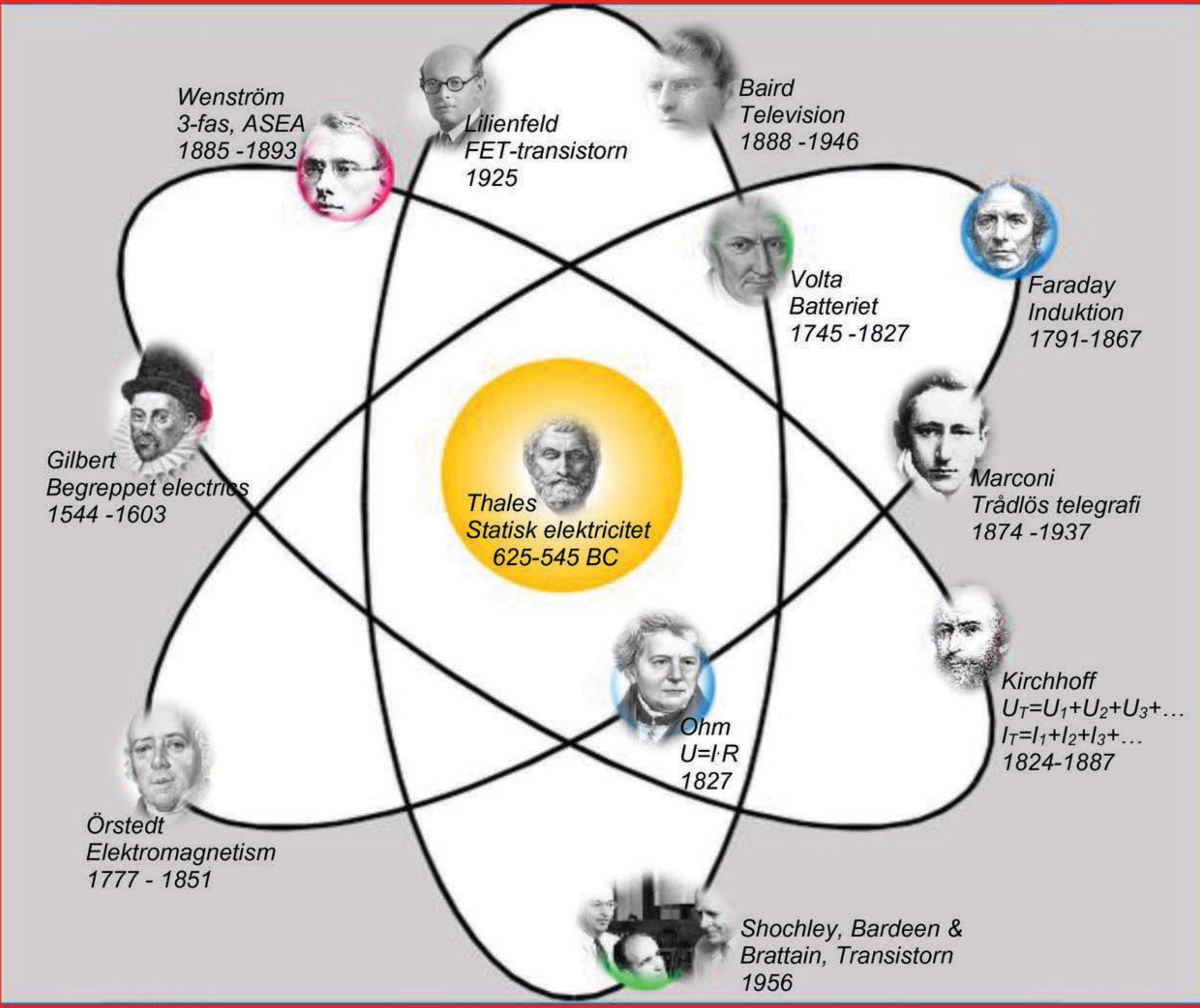
Ellära

Likström - & 1-fas växelström
Mätuppgifter & $j\omega$ - metoden



Revma Utbildning

Sven-Bertil Kronkvist

Likströmlära
1-fas växelströmslära
$j\omega$ - komplexa - metoden
Mätuppgifter

Innehåll

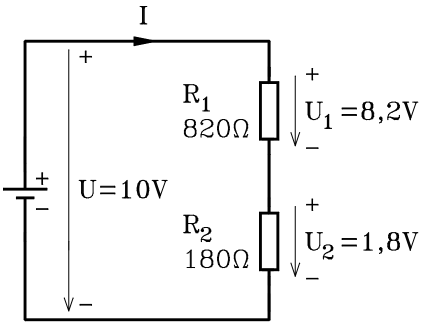
Innehåll

Innehåll

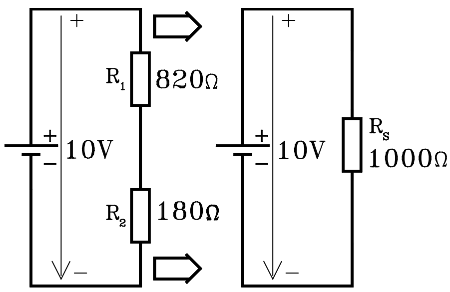
Spänningsdelning

Delspänningar

En *spänningsdelare* består av minst två seriekopplade resistorer anslutna till en spänningskälla. Om U =10V, R_1 = 820Ω och R_2 = 180Ω kommer den odelade spänningen på 10V att fördela sig så att delspänningen U_1 blir 8,2V och U_2 blir 1,8V.



Här följer en förklaring: De båda resistorerna kan ersättas med en tänkt ersättningsresistans R_S.

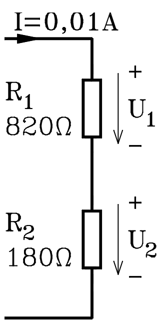


$$R_S = 820 + 180 = 1000\Omega$$

Beräkna strömmen genom R_S med Ohms lag.

$$I = \frac{U}{R_S} \Rightarrow I = \frac{10}{1000} = 0{,}01A$$

Strömmen genom den tänkta ersättningsresistansen R_S är samma som flyter genom R_1 och R_2. Spänningen över R_1 respektive R_2 kan därför beräknas med Ohms lag.



$$U_1 = I \cdot R_1$$
$$U_1 = 0{,}01 \cdot 820 = 8{,}2V$$

$$U_2 = I \cdot R_2$$
$$U_2 = 0{,}01 \cdot 180 = 1{,}8V$$

Efterhand som du vänjer dig vid kretstänkande och de matematiska sambanden, kan du beräkna delspänningar i ett enda steg. Tänk så här:

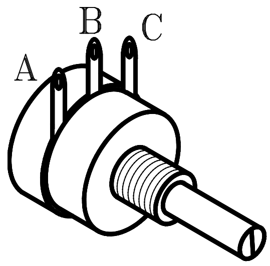
$$U_1 = I \cdot R_1$$ *Ohms lag*

$$U_1 = \frac{U}{R_S} \cdot R_1$$

$$U_1 = \frac{U}{R_1 + R_2} \cdot R_1$$

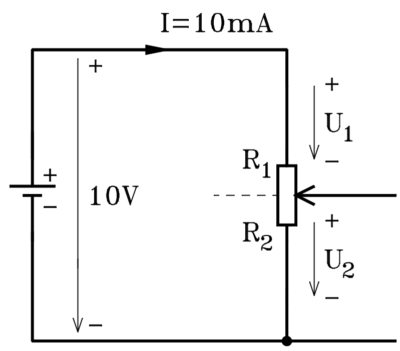
Justerbara spänningsdelare

Åtskilliga elkonstruktioner har justerbara spänningsdelare där det ingår en potentiometer.



En potentiometer har ett fast resistansvärde mellan sidanslutningarna och inställbara värden mellan mittuttag och sidanslutningarna.

I kretsen här under fördelar sig resistansen mellan potentiometerns mittuttag och dess sidanslutningar så att R_1 = 550Ω och R_2 = 450Ω. Med potentiometern inställd på detta sätt kan respektive delspänning beräknas på samma sätt som tidigare.

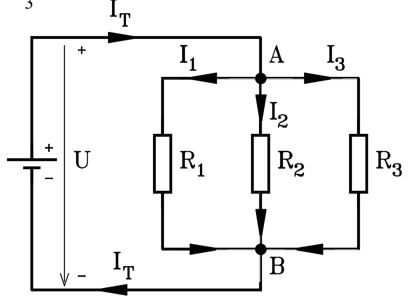


$$U_1 = I \cdot R_1 \qquad U_2 = I \cdot R_2$$
$$U_1 = 0{,}01 \cdot 550 = 5{,}5V \qquad U_2 = 0{,}01 \cdot 450 = 4{,}5V$$

Parallellkretsar

Strömmar i parallellkretsar

Från spänningskällans pluspol flyter strömmen I_T till punkten A, där den delas i grenströmmarna I_1, I_2 och I_3.



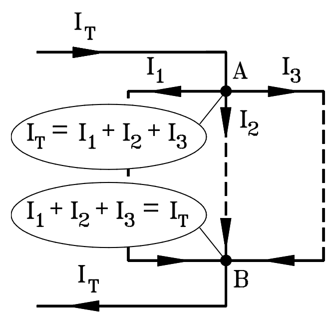
Vid punkten B förenas de tre grenströmmarna åter till en ström med samma storlek som I_T. Därav den gemensamma beteckningen för strömmen som flyter från respektive till spänningskällan.

Kom ihåg!
Lika stor ström som flyter från en spänningskällas pluspol flyter alltid till dess minuspol.

Eftersom strömmen från och till en spänningskälla alltid är lika stor måste I_T vara lika stor som summan av grenströmmarna. Matematiskt uttrycks det så här:

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + ...$$

Observera att fokus är på strömmarna som flyter till och från grenpunkterna, inte vad som orsakat strömmarna eller deras storlek.

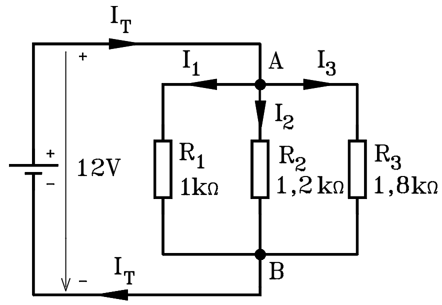


Den allmänna regel som formulerats ur detta resonemang är känd som *Kirchhoffs strömlag*

Summan av de strömmar som flyter till en grenpunkt är lika med summan av de strömmar som flyter från grenpunkten.

Spänningen över parallellkretsar

Mellan punkterna A och B, som är direkt anslutna till spänningskällans plus- och minuspol, finns spänningen U=12V. Eftersom alla tre resistorerna R_1, R_2 och R_3 är anslutna mellan A och B finns samma spänning över var och en av resistorerna.



Detta är karakteristiskt för alla parallellkretsar:

Spänningen är lika stor över alla grenar i en parallellkoppling.

Exempel

Beräkna totalströmmen och respektive grenström med angivna spännings- och resistorvärden för kretsen ovan:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{12}{1000} = 0,012A$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} \Rightarrow I_2 = \frac{12}{1200} = 0,010A$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} \Rightarrow I_3 = \frac{12}{1800} = 0,0067A$$

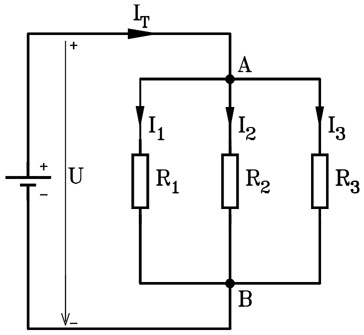
Totalströmmen till grenpunkt A och från grenpunkt B.

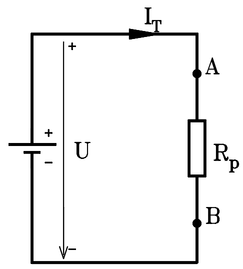
$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + ...$$
$$I_T = 0,012 + 0,010 + 0,0067 = 0,0287$$
$$I_T = 0,0029A$$

Resistans i parallellkretsar

Ersättningsresistans

De parallellkopplade resistorerna R_1, R_2 och R_3 kan bytas mot en ersättningsresistor R_P

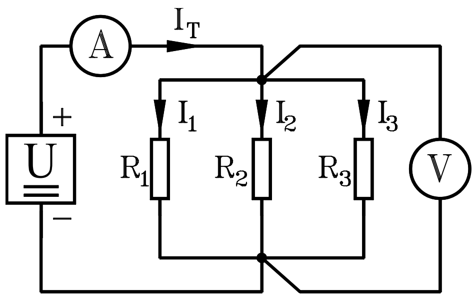




För att spänningen U och strömmen I_T ska vara exakt lika stora måste R_P vara lika stor som de parallellkopplade resistorernas totala resistans mellan grenpunkterna A och B. Det finns tre bra sätt att ta reda på värdet.

Resistansmätning mellan grenpunkterna A & B.

Volt-amperemetoden, dvs att strömmen I_T och spänningen U mäts varefter ersättningsresistansen R_P beräknas med Ohms lag.



$$R_P = \frac{U}{I_T}$$

Matematiskt. Tänk så här:
Grenströmmarna beräknas med Ohms lag

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \qquad I_2 = \frac{U}{R_2} \qquad I_3 = \frac{U}{R_3}$$

Totalströmmen I_T är summan av grenströmmarna

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

Byt ut I_1, I_2 och I_3 mot $\frac{U}{R_1}$; $\frac{U}{R_2}$; $\frac{U}{R_3}$

$$I_T = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$$

Bryt ut U $\quad I_T = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$

$$I_T = U \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

Dividera båda leden med U

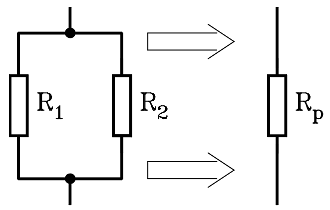
$$\frac{I_T}{U} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

Eftersom $R_P = \frac{U}{I_T}$ gäller också att $\frac{1}{R_P} = \frac{I_T}{U}$

Därav följer att $\frac{I_T}{U}$ kan bytas mot $\frac{1}{R_P}$

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Vanligt specialfall: två parallella resistorer



$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Mgn i högerledet är $R_1 \cdot R_2$

$$\frac{1}{R_P} = \frac{R_2 \cdot 1}{R_2 \cdot R_1} + \frac{R_1 \cdot 1}{R_1 \cdot R_2}$$

$$\frac{1}{R_P} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2}$$

Invertera och skriv talen med stigande index.

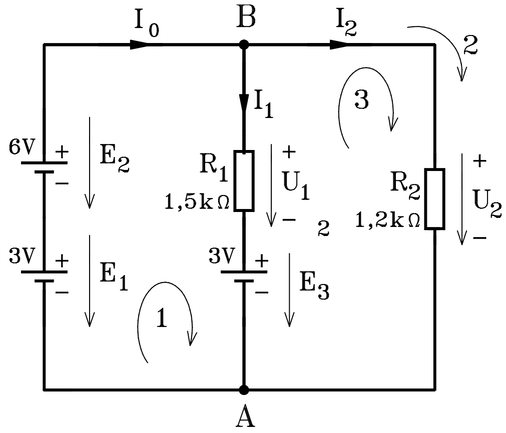
$$R_P = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Regel

Ersättningsresistansen för parallellkopplade resistorer är alltid mindre än den minsta av de ingående resistorernas värde.

Kirchhoffs spänningslag

Flera parallella slingor



Slinga 1: A $\Rightarrow E_1 \Rightarrow E_2 \Rightarrow U_1 \Rightarrow E_3 \Rightarrow$ A

$$E_1 + E_2 - U_1 - E_3 = 0$$

Slinga 2: A $\Rightarrow E_1 \Rightarrow E_2 \Rightarrow U_2 \Rightarrow$ A

$$E_1 + E_2 - U_2 = 0$$

Slinga 3: A $\Rightarrow E_3 \Rightarrow U_1 \Rightarrow U_2 \Rightarrow$ A

$$E_3 + U_1 - U_2 = 0$$

Exempel

Beräkna strömmarna I_0, I_1 och I_2 om E_1=3V, E_2=6V, E_3=3V, R_1=1,5kΩ, R_2=1,2kΩ. Antag att strömmarna flyter i den riktning som de utsatta strömpilarna indikerar.

Summera först spänningarna i slingan till vänster, A$\Rightarrow E_1 \Rightarrow E_2 \Rightarrow U_1 \Rightarrow E_3 \Rightarrow$ A, och beräkna U_1:

$$3 + 6 - U_1 = 0$$

$$3 + 6 - 3 = U_1 \quad \Rightarrow \quad U_1 = 6\text{V}$$

När spänningen U_1 är känd kan I_1 beräknas med Ohms lag:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{6}{1500} = 4\text{mA}$$

Summering av spänningarna i slingan

A $\Rightarrow E_3 \Rightarrow U_1 \Rightarrow U_2 \Rightarrow$ A ger U_2:

$$3 + 6 - U_2 = 0$$

$$3 + 6 = U_2 \Rightarrow U_2 = 9\text{V}$$

I_2 beräknas med Ohms lag:

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{9}{1200} = 7{,}5\text{mA}$$

Slutligen bestäms I_0 genom att grenströmmarna i punkten B summeras med antagna strömriktningar:

$$I_0 = I_1 + I_2$$

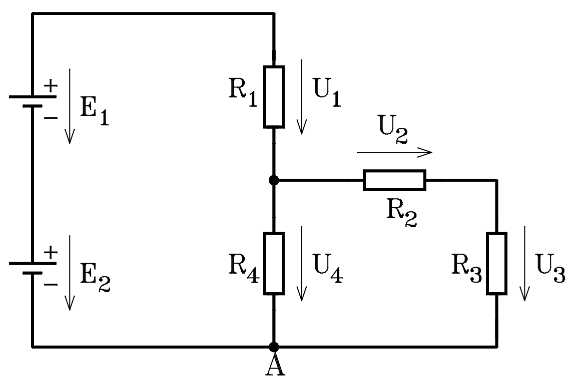
$$I_0 = 4 + 7{,}5 = 11{,}5\text{mA}$$

Blandade slingor

Här har vi en krets med två slutna slingor där den övre resistorn är gemensam för båda. Låt oss summera även dessa slingor.

Slingan A $\Rightarrow E_2 \Rightarrow E_1 \Rightarrow U_1 \Rightarrow U_4 \Rightarrow$ A.

$$E_2 + E_1 - U_1 - U_4 = 0$$



Slingan A $\Rightarrow E_2 \Rightarrow E_1 \Rightarrow U_1 \Rightarrow U_2 \Rightarrow U_3 \Rightarrow$ A.

$$E_2 + E_1 - U_1 - U2 - U_3 = 0$$

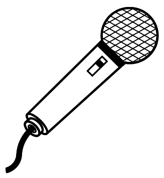
Slingan A $\Rightarrow U_4 \Rightarrow U_2 \Rightarrow U_3 \Rightarrow$ A *har ingen spänningskälla,* men spänningsfallen går ändå att summera

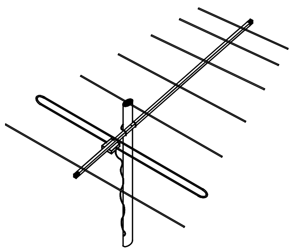
$$U_4 - U_2 - U_3 = 0$$

Spänningskällor

Ideala och verkliga spänningskällor

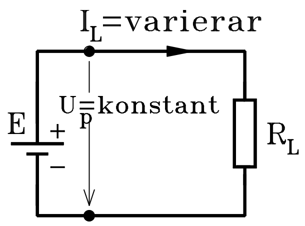
När du hör ordet spänningskällor tänker du säkert på batterier och spänningsaggregat, men även mikrofoner och TV-antenner är exempel på spänningskällor med emk och inre resistans.





Ideala spänningskällor

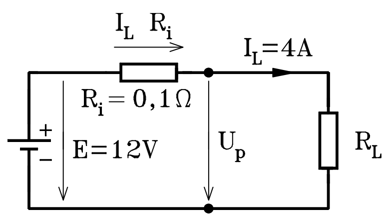
Spänningskällor som har en konstant polspänning U_P och är oberoende av belastningsströmmen I_L existerar bara i teorin.



Ideal spänningskälla med konstant polspänning

Verkliga spänningskällor

Verkliga spänningskällor beter sig som om de har en *inre resistans* R_i i serie med en *emk* E med konstant spänning.



Verklig spänningskälla med inre resistans R_i

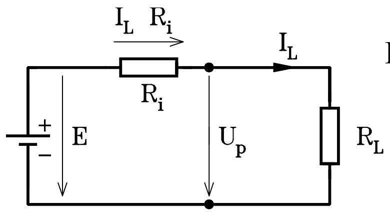
Den inre resistansen orsakar spänningsfall och förlusteffekt i spänningskällan.

Kortslutning, vad är det?

Kopplas en belastning på 0 eller nära 0Ω mellan en spänningskällas plus- och minuspoler kallas det *kortslutning*. Det enda som då begränsar strömmen är den inre resistansen.

Bestämning av inre resistansen

R_i kan inte mätas genom direkt ohm-mätning utan måste beräknas. Det är då nödvändigt att veta värdet på emk:n och polspänningen vid en känd belastningsström.



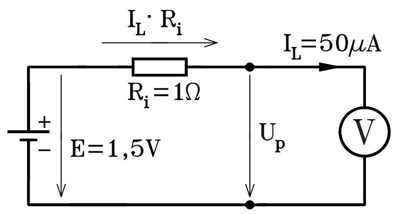
$$E - I_L \cdot R_i - U_P = 0$$

$$E - U_P = I_L \cdot R_i$$

$$R_i = \frac{E - U_P}{I_L}$$

Mätning av emk

Polspänningen och emk:n är exakt lika om ingen belastningsström dras från spänningskällan och nästan lika med emk:n då belastningen endast är en multimeters mätström, som här 50µA.

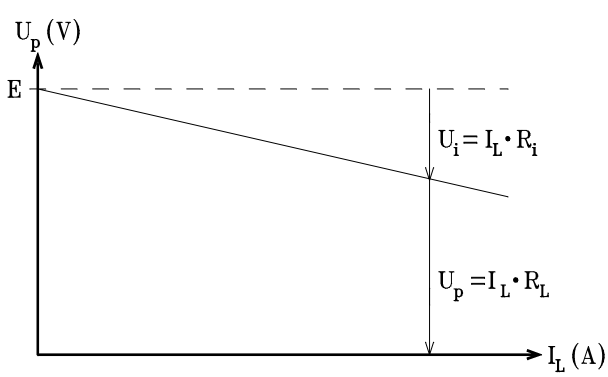


$$U_i = I_L \cdot R_i \Rightarrow U_i = 0,000\,050 \cdot 1 = 50\mu V$$

$$U_P = E - U_i \Rightarrow U_P = 1,5 - 0,000050 = 1,49995 V$$

Belastningens inverkan

Med större strömuttag ökar det inre spänningsfallet U_i samtidigt som polspänningen U_P minskar lika mycket. Summan av U_i och polspänningen U_P är alltid lika med emk:n E.



Polspänningens beroende av belastningsströmmen

Tvåpolssatsen

Tvåpolssatsen är ett mycket användbart analysverktyg inom eltekniken. Finessen består i att komplicerade linjära nätverk kan ersättas av en enkel seriekrets med en emk och en resistans.

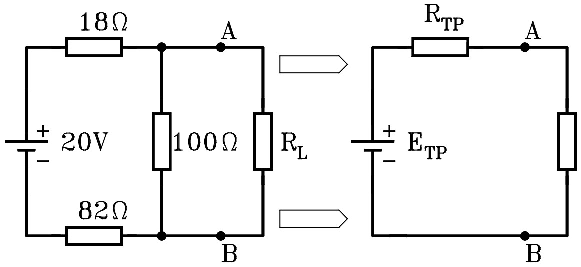
Tvåpolssatsen

Tvåpolens ersättningsemk, är lika med spänningen som återfinns i originalkretsen mellan belastningens anslutningspunkter, då lasten är urkopplad.

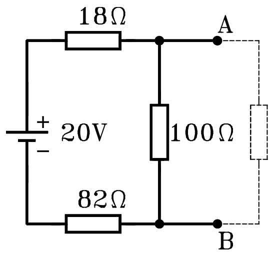
Tvåpolens ersättningsresistans, är den totala resistans som kan ses i originalkretsen från belastningens anslutningspunkter, då alla emk:er tänkes kortslutna.

Exempel

Beräkna ersättningsemk:n E_{TP} och ersättningsresistansen R_{TP} för kretsen nedan med avseende på belastningen mellan punkterna A och B.

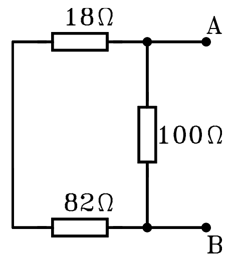


Ersättningsemk:n E_{TP} är lika med spänningen mellan belastningens anslutningspunkter A och B då belastningen R_L tänkes urkopplad



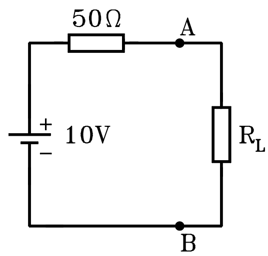
$$E_{TP} = \frac{20}{18+100+82} \cdot 100 = 10\text{V}$$

Resistansen i ersättningskretsen beräknas då originalkretsens emk *tänkes* kortsluten eller ersatts med en kopplingssladd.



$$R_{TP} = \frac{100 \cdot (18+82)}{100+18+82} = 50\Omega$$

Den slutliga ersättningskretsen ser ut så här



Mätning av tvåpolsspänningen

Börja med att koppla loss belastningen R_L från anslutningspunkterna A och B. Mät därefter spänningen mellan anslutningspunkterna med en multimeter. Den avlästa spänningen är den sökta ersättningsspänningen förutsatt att multimeterns mätström är liten och kan försummas.

Mätning av tvåpolsresistansen

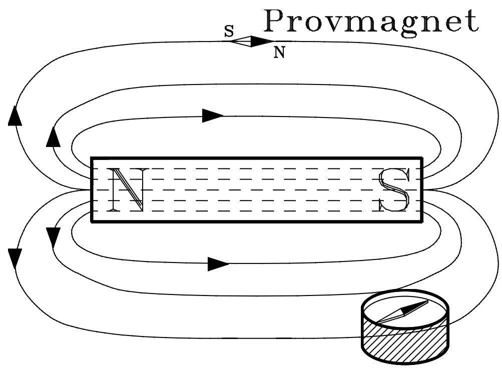
Koppla bort alla spänningskällor och ersätt dem med en kopplingssladd. Mät därefter resistansen mellan belastningens anslutningspunkter då R_L avlägsnats. Det avlästa värdet är ersättningskretsens resistans. Förutsättningen är dock att spänningskällornas inre resistanser kan försummas jämfört med övriga resistanser i kretsen.

Magnetiska grundbegrepp

Permanentmagneter

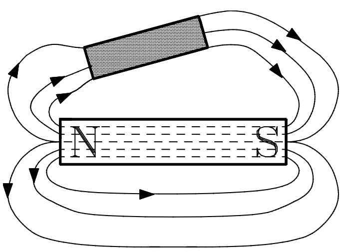
Vissa material såsom järn, kobolt, nickel och en del legeringar, kan magnetiseras.

Magneter har ett *fält* som utövar kraftverkan på järnföremål. Magnetfält åskådliggörs med *slutna fältlinjer* som har riktningen från nordpol till sydpol utanför magneten. Fler och tätare fältlinjer inebär ett starkare magnetfält och tvärtom.

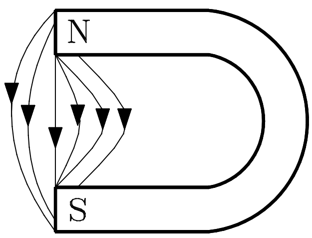


Här visas fältbilden hos en *stavmagnet*. Den ena sidan av magneten kallas *nordpol* och den andra kallas *sydpol*. Vad som är nord- respektive sydpol hos en magnet kan undersökas med en *provmagnet* eller en kompass. Den ställer in sig så att den sida som är provmagnetens nordpol pekar mot den undersökta magnetens sydpol.

Magnetiska fältlinjer böjer av och löper genom material med bättre magnetisk ledningsförmåga än omgivningen.



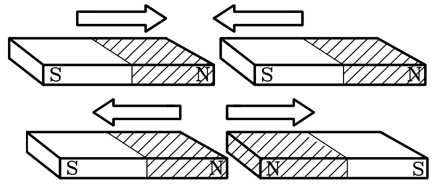
Stavmagnet och järnföremål



Fältbild hos en hästskomagnet

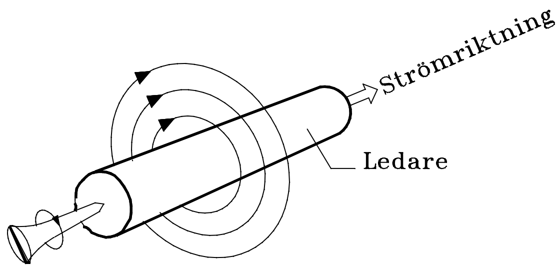
Magneter och magnetiska material kan sägas bestå av små elementarmagneter. Under inverkan av ett yttre magnetfält vrids elememtarmagneterna mot samma riktning så att deras fält samverkar. Den nya riktningen består till viss del också då det yttre fältet avlägsnats.

Placeras två magneter intill varandra attraheras olika poler, medan lika poler repellerar varandra.

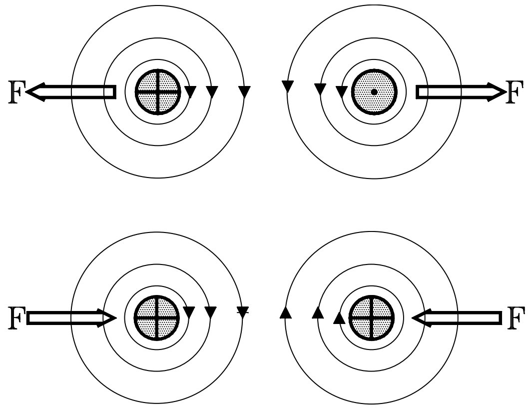


Elektromagnetism

Strömförande ledare omges av ett cirkelformat magnetfält som sammanfaller med skruvriktningen hos en högergängad skruv sett i strömriktningen.



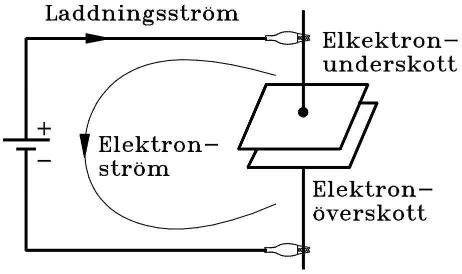
Mellan två strömförande ledare som befinner sig i varandras magnetfält verkar krafter F, som för ledarna från det område där fältlinjerna samverkar. Är fältlinjerna motriktade varandra rör sig ledarna mot detta område.



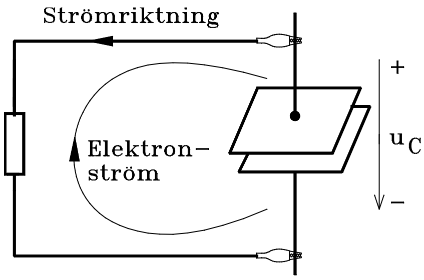
Kondensatorn

Laddning och urladdning

En kondensator är i sitt enklaste utförande två metallplattor som monterats tätt utan att ha kontakt med varandra.



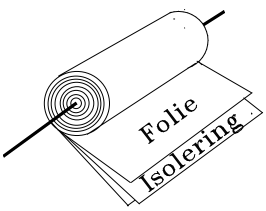
Läggs en likspänning över kondensatorn flyter en elektronström från plattan som är ansluten till plus, så att den får ett underskott på elektroner (negativa laddningar). Samtidigt flyter en lika stor elektronström till den undre plattan som får ett överskott på elektroner. Laddningsobalansen ger upphov till en spänning u_C mellan plattorna som kvarstår även då spänningskällan avlägsnas.

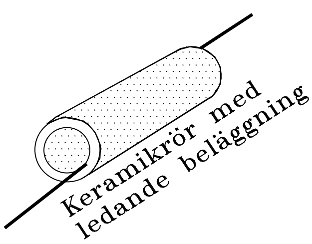


Ersätts spänningskällan med en belastning, t ex en resistor, driver kondensatorn ström som vilken spänningskälla som helst så länge laddningsobalansen består.

Observera att den definierade strömriktningen är motsatt elektronströmmen (avsnittet Ström och strömmätning), vilket gör att laddnings- och urladdningsström anges som i bilderna ovan.

Vanliga konstruktionssätt





Kondensatorns lagringsförmåga

Kondensatorns förmåga att lagra laddning Q vid en påtryckt spänning U kallas *kapacitans* och betecknas med C. Storheternas inbördes förhållande anges i den så kallade *kondensatorlagen*

$$C = \frac{Q}{U} \qquad \left(1\,\text{Farad} = \frac{1\,\text{Coulomb}}{1\,\text{Volt}} \right)$$

Enheter för kapacitans C

Grundenhet 1F (farad)

Vanliga underenheter 1μF, nF, pF

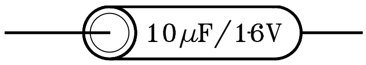
1μF, (mikrofarad) = 0,000 001F ($1 \cdot 10^{-6}$F)

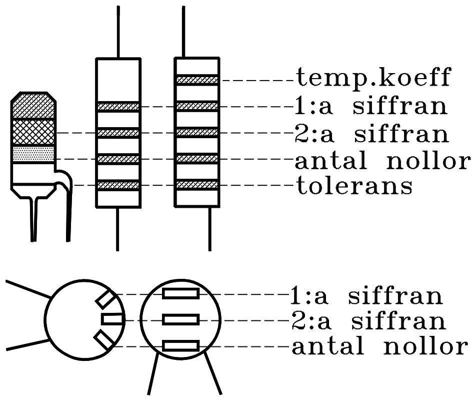
1nF (nanofarad) = 0,000 000 001F ($1 \cdot 10^{-9}$F)

1pF (pikofarad) = 0, 000 000 000 001F ($1 \cdot 10^{-12}$F)

Märkning av kondensatorer

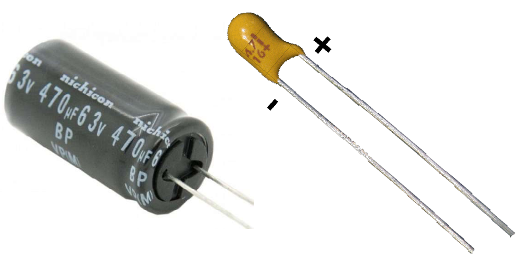
Kapacitansvärde och högsta möjliga arbetsspänning märks med bokstäver eller med färgkod.





Polariserade kondensatorer

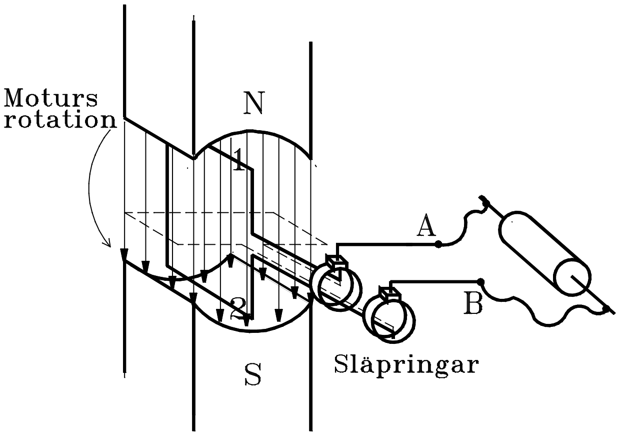
Polariserade kondensatorer som elektrolyt- och tantalkondensatorer måste anslutas rätt till plus och minus.



Växelspänning

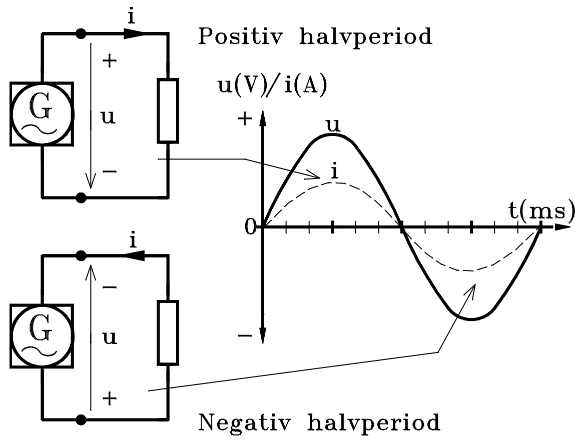
Växelströmsgeneratorn

Distributionsnätets sinusformade spänning produceras med hjälp av generatorer som beskrivits i avsnittet Induktion under rubriken Generatorprincipen.



Polaritet och strömriktning

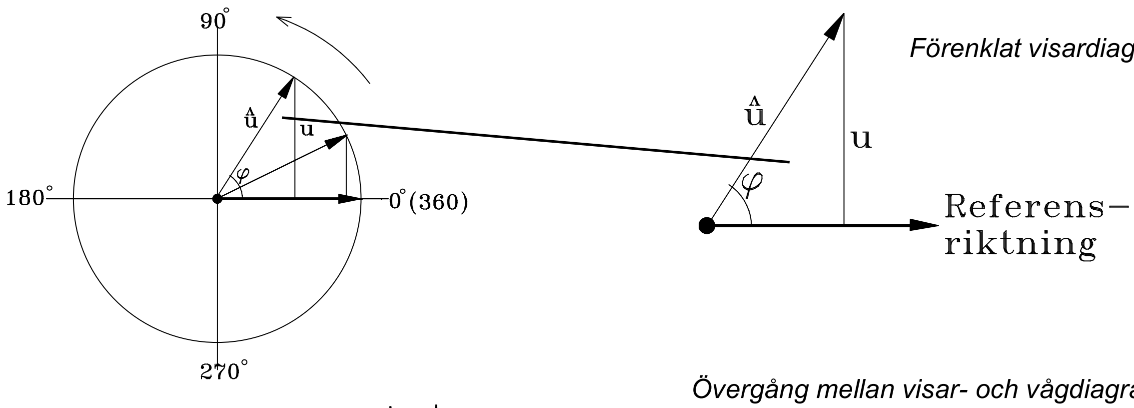
Bilden visar generatorspänningens polaritet och strömriktningen under ett rotorvarv vid positiv respektive negativ halvperiod i ett vågdiagram.



Visar- och vågdiagram

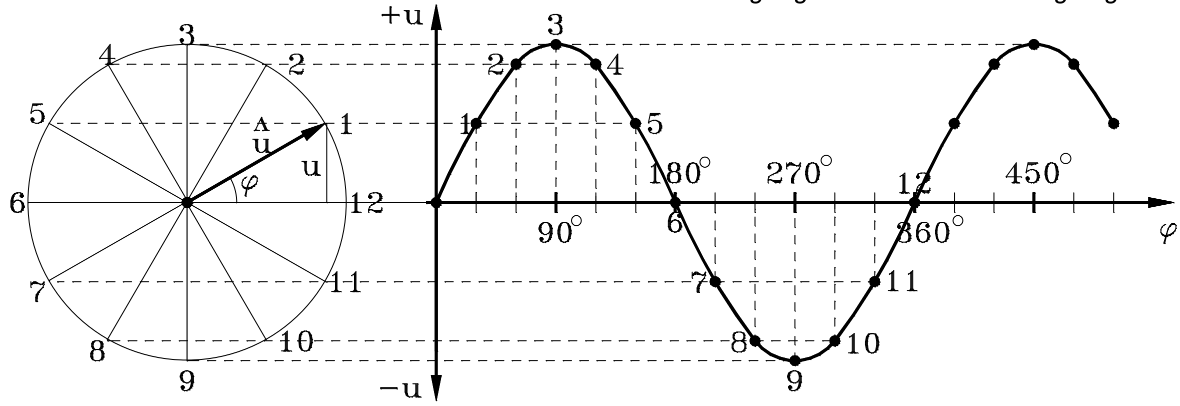
Storleken och polariteten på den sinusformade spänningen som induceras under ett rotorvarv kan åskådliggöras med visar- och vågdiagram. Den roterande visaren û i ett visardiagram motsvarar växelspänningens *toppvärdet* och u det *momentana* spänningsvärdet vid varje rotationsvinkel φ. Förenklade visardiagram ritas i överensstämmelse med bilden till höger.

Lägg märke till hur spänning och ström ökar från noll till ett positivt toppvärde och därefter åter minskar till noll efter ett halvt rotorvarv. Här ändrar spänningen polaritet och strömmen riktning. Båda går mot ett negativt toppvärde innan de åter ökar mot noll och förloppet upprepas.



Förenklat visardiagram

Övergång mellan visar- och vågdiagram

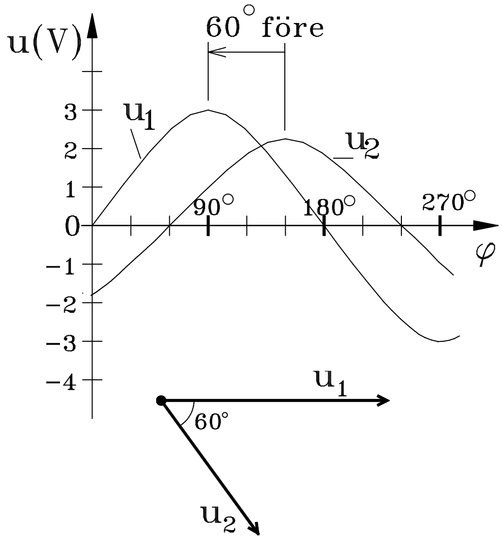


Vektorräkning

Vid beräkningar på växelströmskretsar är det för delaktigt att kunna använda vektorräkning eftersom växelspänningar, växelströmmar och växelströmsmotstånd är *fria vektorstorheter*. Dessa kännetecknas av att de har både storlek och riktning och att de kan representeras grafiskt av en pil med lämplig längd och riktning, t ex som spännings- och strömvisare i visardiagram.

Exempel

Vågdiagrammet visar två växelspänningar, u_1 med toppvärdet 3V och u_2 vars toppvärde är 2,2V och ligger 60º efter u_1. De representeras i visardiagrammet av var sin visare på 30 respektive 22 mm.

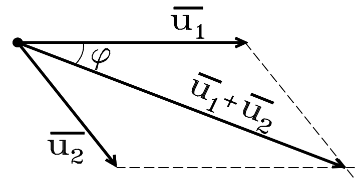


Den stora fördelen med vektorberäkning är att den kan göras grafiskt, dvs man kan rita fram ganska komplicerade matematiska lösningar på ett enkelt sätt. Ska man t ex addera spänningars toppvärden måste det göras med hänsyn till deras *faslägen* (riktningar).

Exempel

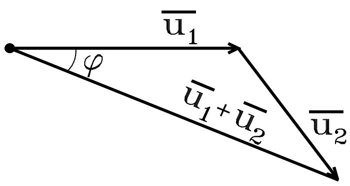
Addera u_1 och u_2 i föregående exempel.

Rita två hjälplinjer, en från spetsen på u_1 parallellt med u_2 och en från spetsen av u_2 parallellt med u_1. Den diagonal som kan ritas i *parallellogrammet* är *resultanten* till *vektoradditionen* av u_1 och u_2. Mät resultantens längd och fasvinkeln φ så är den grafiska lösningen färdig.



För att markera att det rör sig om vektorstorheter brukar de markeras med ett överliggande streck, så att man inte glömmer att de har både storlek och riktning.

Fria vektorstorheter kan flyttas om deras längd och riktning bibehålles. Det blir därför samma resultat om man flyttar ”svansen” på u_2 till spetsen på u_1 och därefter ritar resultanten mellan rotationspunkten och spetsen på u_2 enligt följande bild.

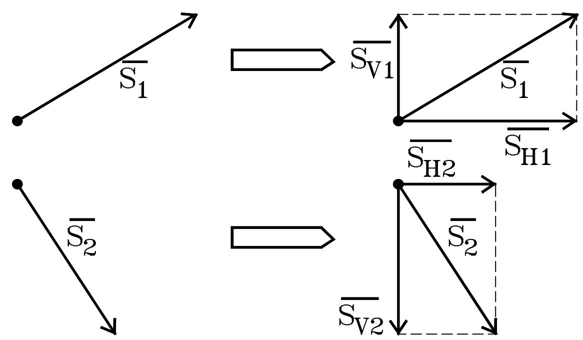


Uppdelning av vektorer

Ibland är det nödvändigt att dela upp vektorer i horisontella och vertikala *komposanter*, t ex vid vektoraddering av effekter. Uppdelningen kan göras helt grafisk eller grafiskt med inslag av trigonometri.

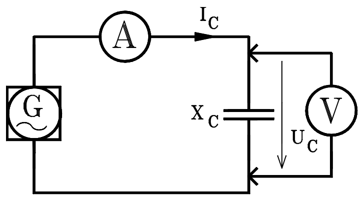
Exempel

Gör en grafisk uppdelning av de två vektorerna S_1 och S_2 i vertikala och horisontala komposanter.



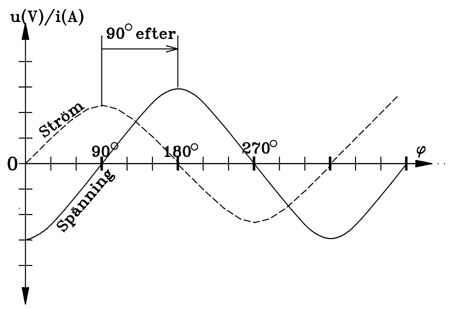
Kapacitiv reaktans

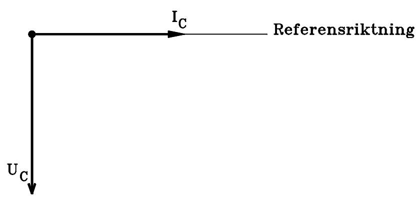
Då en kondensator påläggs en sinusformad spänning omladdas kondensatorn kontinuerligt med en sinusformad laddningsström.



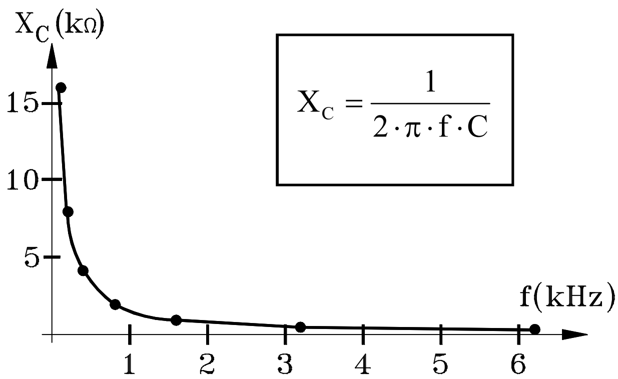
Laddningsströmmen flyter aldrig genom kondensatorn, det bara förefaller så eftersom omladdningen sker kontinuerligt.

Spänningen över kondensatorn är fasförskjuten 90° efter strömmen.





Kondensatorn beter sig som ett motstånd med avseende på strömmen. Egenskapen kallas *kapacitiv reaktans*, betecknas med X_C och mäts i Ω. Reaktansen X_C som är frekvensberoende beräknas med uttrycket nedan. Grafen visar resultatet av reaktansberäkningarna i exemplet som följer.



Exempel

Beräkna reaktansen för en kondensator på 0,1μF vid frekvenserna 100Hz, 200Hz, 400Hz, 800Hz, 1600Hz, 3200Hz och 6400Hz.

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-6}} = 15915\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-6}} = 7958\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 400 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-6}} = 3979\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 800 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-6}} = 1989\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1600 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-6}} = 995\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 3200 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-6}} = 497\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 6400 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-6}} = 249\Omega$$

I Ohms lag för växelström ersätts resistansen R av impedansen Z.

$$I = \frac{U}{Z} \quad ; \quad U = I \cdot Z \quad ; \quad Z = \frac{U}{I}$$

Impedansen Z kan bestå av enbart resistans, kapacitiv eller induktiv reaktans eller kombinationer av alla tre storheterna. Z får därvid olika matematiskt utseende. Med enbart kapacitiv reaktans blir ($Z = X_C$) och Omhs lag ser ut så här:

$$I_C = \frac{U_C}{X_C} \quad ; \quad U_C = I_C \cdot X_C \quad ; \quad X_C = \frac{U_C}{I_C}$$

Reaktans kan inte mätas genom direkt ohmmätning, men däremot indirekt med volt-amperemetoden och därefter beräknas med Ohms lag. När reaktansen är bestämd vid en känd frekvens kan även kapacitansen beräknas.

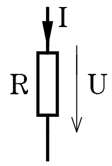
$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C}$$

RL - & RC - seriekretsar

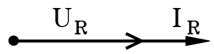
Sammanfattning

Lär sammanfattningen utantill! Den är mycket viktig för växelströmstänkande.

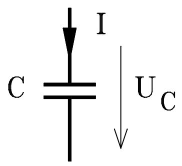
Resistans: spänningen över en resistor <u>är i fas</u> med strömmen som flyter genom resistorn.

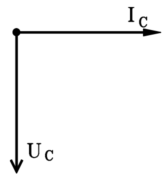


$$I = \frac{U}{R}$$



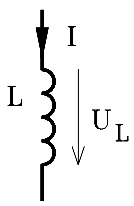
Kapacitans: spänningen över en kapacitans ligger 90° <u>efter</u> strömmen.

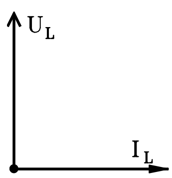




$$I_C = \frac{U_C}{X_C} \qquad X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

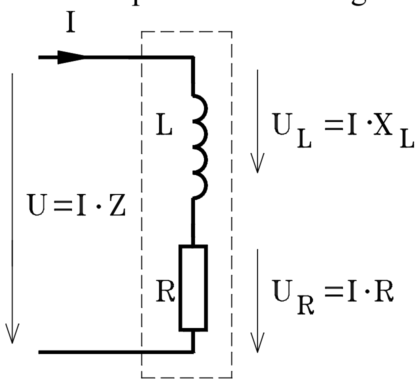
Ideal induktans utan ledningsresistans: spänningen ligger 90° <u>före</u> strömmen.





$$I_L = \frac{U_L}{X_L} \qquad X_L = 2\pi fL$$

Verklig induktans med ledningsresistans: spänningen är <u>mindre</u> än 90° före strömmen på grund av att spolen har lindningsresistans.



Exempel

Beräkna U_L och U_R för en verklig induktansspole om L = 1,59H, R = 1000Ω. Den pålagda växelspänning är 10V med f = 100Hz. Rita också ett visardiagram.

1. Reaktansen X_L

$$X_L = 2\pi fL \;\Rightarrow\; X_L = 2\pi \cdot 100 \cdot 0{,}159 = 999\Omega$$

2. Totala impedansen Z

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow Z = \sqrt{1000^2 + 999^2} = 1414\Omega$$

3. Strömmen genom kretsen

$$I = \frac{U}{Z} \;\Rightarrow\; I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

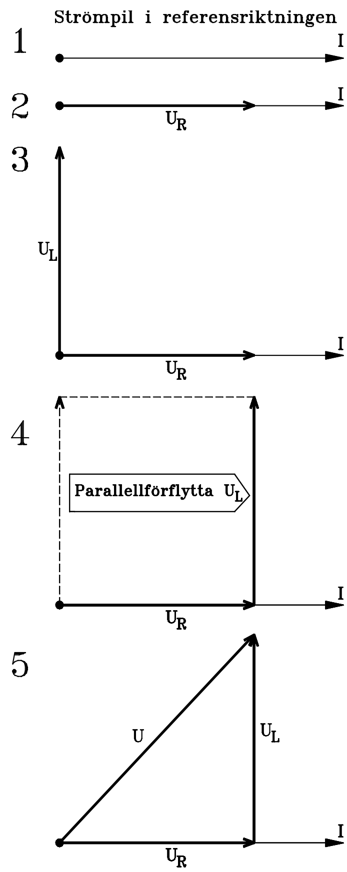
$$I = \frac{10}{1414} \approx 0{,}707\text{mA}$$

4. Delspänningarnas storlek

$$U_R = I \cdot R \;\Rightarrow\; U_R = 0{,}707 \cdot 1000 \approx 7{,}07\text{V}$$

$$U_L = I \cdot X_L \;\Rightarrow\; U_L = 0{,}707 \cdot 999 \approx 7{,}07\text{V}$$

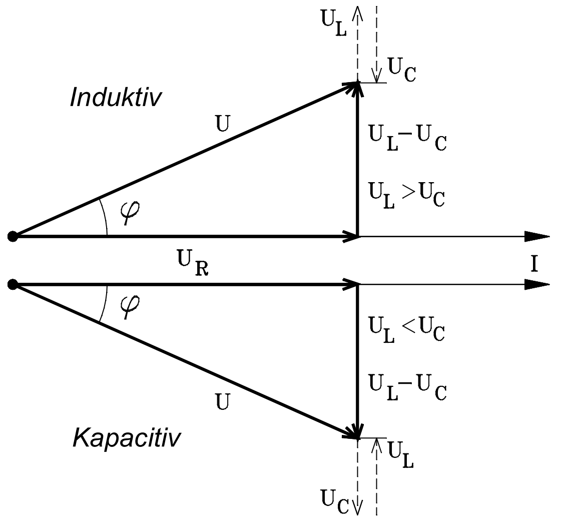
Uppritning av visardiagrammet



Serieresonans

Induktiv, kapacitiv och resistiv krets

Är den induktiva reaktansen X_L större än den kapacitiva reaktansen X_C sägs kretsen vara induktiv. Med detta menas att matningsspänning U är fasförskjuten före strömmen I.



Då den kapacitiva reaktansen X_C är större än den induktiva reaktansen X_L sägs kretsen vara kapacitiv. Matningsspänningen U är då fasförskjuten efter strömmen I.

Är X_L lika stor som X_C inser vi att X_L-X_C = 0 och att Z blir lika med R trots att både X_L och X_C kan vara stora.

$$Z=\sqrt{R^2+\left(X_L-X_C\right)^2}$$

$$Z=\sqrt{R^2+\left(0\right)^2} \quad \Rightarrow \quad Z=R$$

När Z = R sägs kretsen vara resistiv och i resonans. Matningsspänningen U är då i fas med strömmen I.

Resonansfrekvens

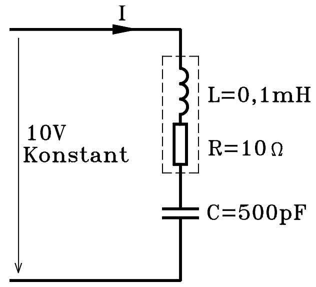
Den frekvens vid vilken $X_L = X_C$ kallas för kretsens resonansfrekvens och brukar betecknas f_R eller f_0. Vi väljer f_R och härleder ett uttryck för beräkning av resonansfrekvensen.

$$X_L=X_C \quad \Rightarrow \quad 2\cdot\pi\cdot f_R\cdot L=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot f_R\cdot C}$$

$$f_R=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{L\cdot C}}$$

Exempel

Beräkna och visa grafiskt hur X_L, X_C, Z, φ och I förändras med frekvensen runt resonansfrekvensen för kretsen nedan.



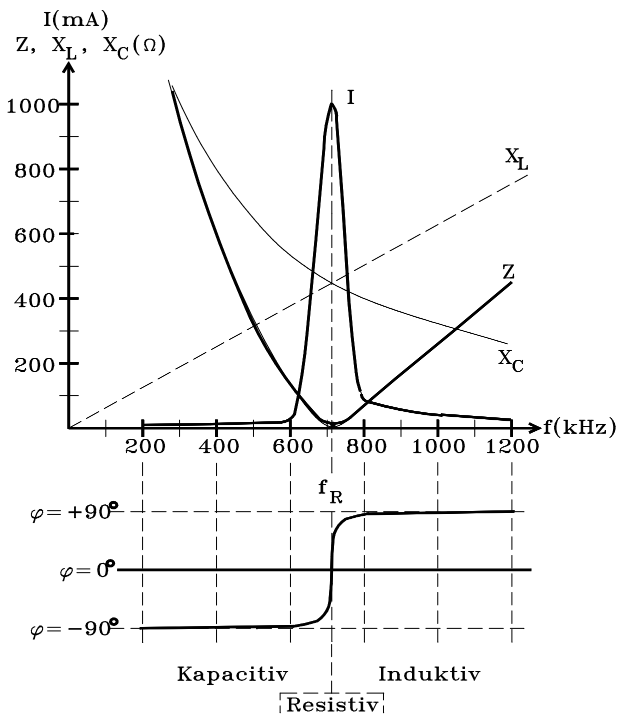
1. Börja med att beräkna f_R

$$f_R=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{0{,}1\cdot10^{-3}\cdot500\cdot10^{-12}}}\approx 712\text{kHz}$$

2. Beräkna X_L, X_C, Z och φ vid f_R och tre frekvenser under och tre över resonansfrekvensen

f(kHz)	X_L(Ω)	X_C(Ω)	Z(Ω)	φ(°)	I(mA)
200	126	1 590	1 464	-89,6	6,8
400	252	795	543	-88,9	18,4
600	378	530	152	-86,2	65,8
712	**447**	**447**	**10**	**0**	**1000,0**
800	504	398	107	84,6	94,3
1000	630	318	312	88,2	32,1
1200	754	265	489	88,8	20,1

Tabellvärdena ger följande intressanta diagram

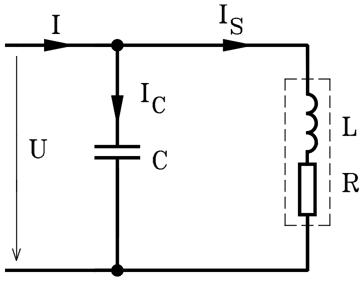


Faskompensering av induktiv belastning

Faskompensering

Med *faskompensering* menas att matningsströmmen till en induktiv belastning minimeras och bringas i fas med matningsspänningen.

Faskompenseringen görs genom att en kondensator med lämpligt värde kopplas parallellt med den induktiva belastningen. Vid beräkning av kondensatorvärdet delas den induktiva grenströmmen upp i en vertikal- och en horisontal komposant. För fullständig faskompensering ska den kapacitiva grenströmmen vara lika stor som den induktiva grenströmmens vertikalkomposant.



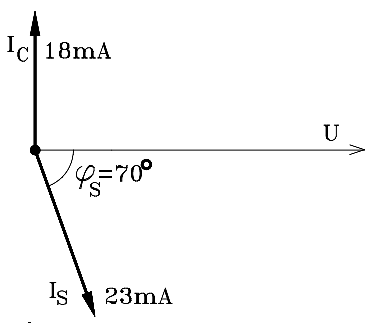
De båda grenströmmarna I_C och I_S beräknas med Ohms lag

$$I_C = \frac{U}{X_C} \qquad I_S = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

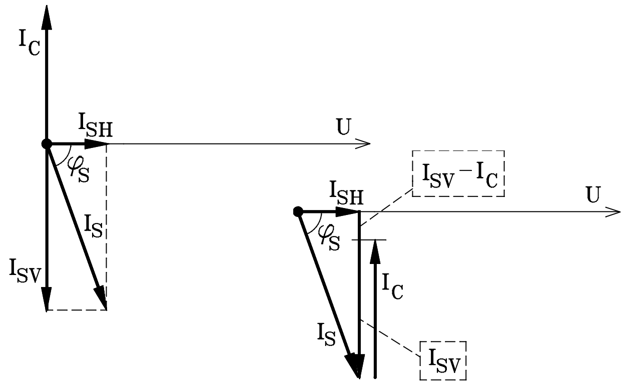
I_C är fasförskjuten 90° före matningsspänningen medan den induktiva grenströmmen I_S är fasförskjuten någonstans mellan 0° och 90° efter matningsspänningen enligt:

$$\tan\varphi_S = \frac{X_L}{R}$$

Antag att: I_C =18mA med 90° fasförskjutning före matningsspänningen U, I_S = 23mA och fasförskjuten φ_S = 70° efter U. Ett visardiagram som motsvarar dessa förutsättningar ser ut så här:



Matningsströmmen I är lika med visarsumman av grenströmmarna I_C och I_S. För att kunna addera I_C till I_S delas I_S upp i en horisontell komposant, I_{SH}, och en vertikal komposant, I_{SV}. Det går både att "rita fram" och beräkna lösningen.



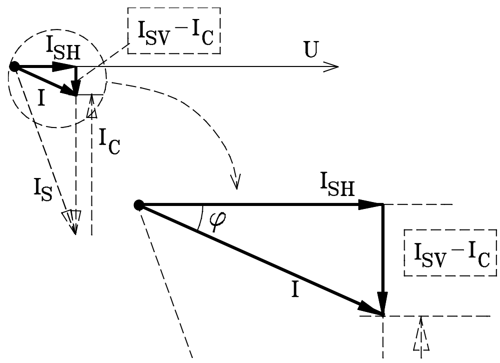
$$\sin\varphi_S = \frac{I_{SV}}{I_S} \quad \Rightarrow \quad I_{SV} = I_S \cdot \sin\varphi_S$$

$$I_{SV} = 23 \cdot \sin 70° \quad \Rightarrow \quad I_{SV} = 21{,}6\text{mA}$$

$$\cos\varphi_S = \frac{I_{SH}}{I_S} \quad \Rightarrow \quad I_{SH} = I_S \cdot \cos\varphi_S$$

$$I_{SH} = 23 \cdot \cos 70° \quad \Rightarrow \quad I_{SH} = 7{,}9\text{mA}$$

Efter visarsubtraktionen bildas en ny triangel med kateterna (I_{SV}-I_C) och I_{SH}. Ur denna triangel går det att beräkna den ogrenade matningsströmmen I med Pythagoras sats:



$$(I_{SV}\text{-}I_C) = (21{,}6 - 18) = 3{,}6\text{mA}$$

$$I_{SH} = 7{,}9\text{mA}$$

$$I = \sqrt{I_{SH}^2 + \left(I_{SV} - I_C\right)^2}$$

$$I = \sqrt{7{,}9^2 + 3{,}6^2} \quad \Rightarrow \quad I = 8{,}7\text{mA}$$

Parallellresonans

Parallellresonans

Begreppet *parallellresonans* är egentligen samma sak som faskompensering, dvs att matningsströmmen blir minimal och i fas med matningsspänningen.

Vid faskompensering sker detta genom val av ett lämpligt kondensatorvärde då matningsspänningen har en fast frekvens. Motsvarande går även att åstadkomma genom att matningsspänningens frekvens ändras istället för kondensatorvärdet. Resonansfrekvens f_R, då detta inträffar kan härledas ur samma likhet som vid faskompensering om den löses med avseende på f_R istället för C.

$$I_C = I_{SV} \quad \Rightarrow \quad \frac{U}{X_C} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \cdot \sin\varphi_S$$

$$2\pi f_R \cdot C = \frac{2\pi f_R \cdot L}{R^2 + (2\pi f_R \cdot L)^2}$$

$$R^2 + (2\pi f_R \cdot L)^2 = \frac{L}{C}$$

$$4\pi^2 f_R^2 \cdot L^2 = \frac{L}{C} - R^2$$

$$4\pi^2 f_R^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}$$

$$2\pi f_R = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

$$f_R = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

Är kvoten (R^2/L^2) försumbar erhålls samma uttryck för beräkning av parallellresonansfrekvensen som för serieresonansfrekvensen.

$$f_R = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{LC}}$$

Impedansen Z_R vid resonans

Impedansen har sitt största värde när matningsströmmen är som minst, dvs då ($I_C = I_{SV}$). Matningsströmmen I_Z är då lika med I_{SH} - horisontalkomposanten i den induktiva grenströmmen I_S.

$$\cos\varphi_S = \frac{I_{SH}}{I_S} \quad \Rightarrow \quad I_{SH} = I_S \cdot \cos\varphi_S$$

Införs uttrycket för I_S och $\cos\varphi_S$ från den induktiva seriegrenens impedanstriangel får vi

$$I_{SH} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

Efter utveckling erhålls

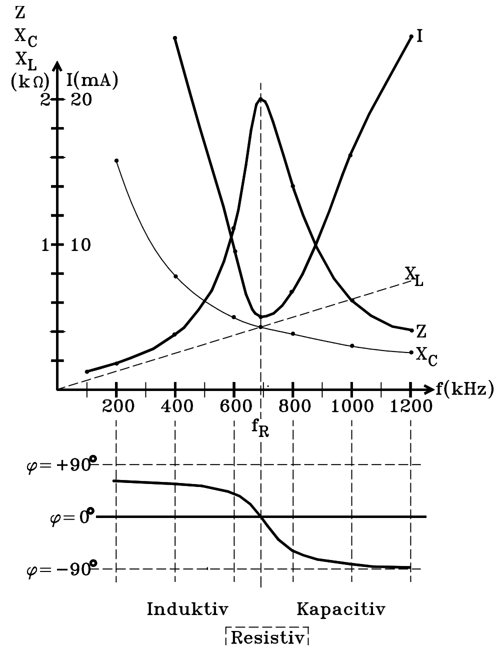
$$I_{SH} = \frac{UR}{\frac{L}{C}} \quad \Rightarrow \quad \frac{U}{I_{SH}} = \frac{L}{RC}$$

Allmänt är $Z = \frac{U}{I_Z}$, vilket medför att

$$Z_R = \frac{U}{I_{SH}} \quad \Rightarrow \quad Z_R = \frac{L}{RC}$$

Frekvensberoende

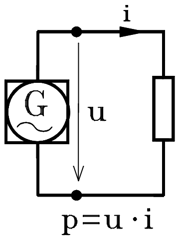
Beräkningar av matningsström, impedansen, reaktanser och fasvinkeln runt resonanfrekvensen ser ut så här grafiskt.

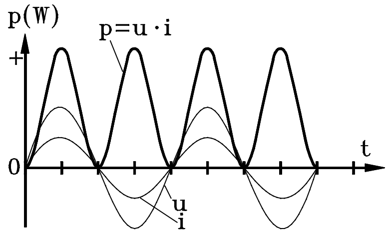


Effektutveckling i växelströmskretsar

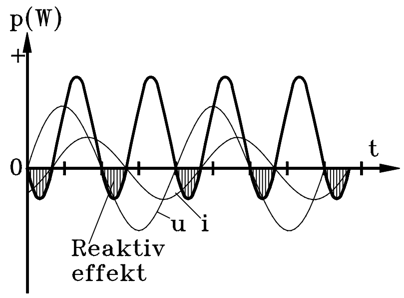
Effektkurvor

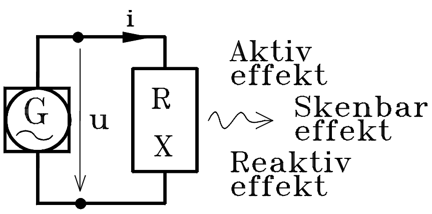
Effektutveckling är i varje ögonblick lika med produkten av spänningens och strömmens momentanvärden. För resistiva växelströmskretsar, som saknar fasförskjutning, innebär detta att effekten varierar på ett pulsartat sätt mellan noll och ett maxvärde. Den pulserande effekten har ett medelvärde som är produkten av strömmens och spänningens effektivvärden på samma sätt som vid likström ($P = U \cdot I$).





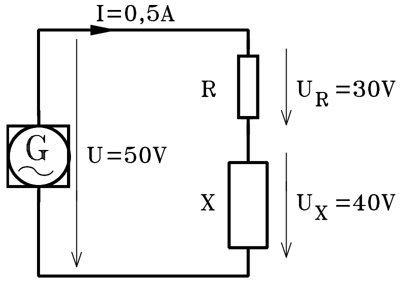
I reaktiva kretsar blir effekten negativ när ström- och spänningskurvan har olika tecken på grund av fasförskjutningen. Effekten pulserar därigenom mellan ett negativt min- och ett positivt maxvärde. I kretsar med induktans, kapacitans eller båda blir effekten därför mindre än produkten $U \cdot I$.





Effekten som levereras av spänningskällan kallas *skenbar effekt* och betecknas med S. Den skenbara effekten består av två deleffekter, den *aktiva*, nyttiga effekten P, som utvecklas i den resistiva delen av kretsen, och den *reaktiva*, onyttiga effekten Q, som utvecklas i den reaktiva kretsdelen. Enheten för S = VA, (volt-ampere), P = W, (watt), Q = VAr, (volt-ampere-reaktiv)

Effekt i reaktiva seriekretsar



Exempel

Beräkna skenbara, aktiva och reaktiva effekten för kretsen ovan.

Skenbara effekten S är lika med produkten av matningsspänningen U och matningsströmmen I enligt $S = U \cdot I$

$$S = U \cdot I \quad \Rightarrow \quad S = 50 \cdot 0{,}5 = 25\text{VA}$$

Aktiva effekten P är produkten av *strömmen genom* och *spänningen över* resistorn (den resistiva kretsdelen) enligt $P = U_R \cdot I$

$$P = U_R \cdot I \quad \Rightarrow \quad P = 30 \cdot 0{,}5 = 15\text{W}$$

Reaktiva effekten Q är på samma sätt som den aktiva effekten, produkten av serikretsens *ström genom* och *spänningen över* det reaktiva kretselementet enligt $Q = U_X \cdot I$

$$Q = U_X \cdot I \quad \Rightarrow \quad Q = 40 \cdot 0{,}5 = 20\text{VAr}$$

Fler sätt att beräkna effekt

Enligt Ohms lag är:

$$U = I \cdot Z \quad ; \quad U_R = I \cdot R \quad ; \quad U_X = I \cdot X$$

Byt högerleden mot U, U_R, U_X i effektformlerna för skenbar, aktiv och reaktiv effekt.

$$U = I \cdot Z \Rightarrow S = U \cdot I \Rightarrow S = I \cdot Z \cdot I \Rightarrow S = I^2 \cdot Z$$

$$U_R = I \cdot R \Rightarrow P = U_R \cdot I \Rightarrow P = I \cdot R \cdot I \Rightarrow P = I^2 \cdot R$$

$$U_X = I \cdot X \Rightarrow Q = U_X \cdot I \Rightarrow Q = I \cdot X \cdot I \Rightarrow Q = I^2 \cdot X$$

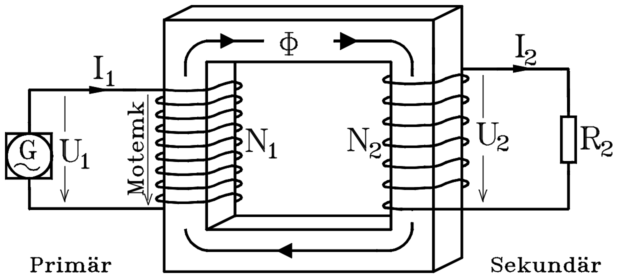
Enligt Ohms lag gäller också:

$$I = \frac{U}{Z} \quad ; \quad I = \frac{U_R}{R} \quad ; \quad I = \frac{U_X}{X}$$

Transformatorer

Transformatorn (pedagogisk modell)

Transformatorer består av två eller flera lindningar på en järnkärna av speciell transformatorplåt.



En växelspänning U_1 som ansluts till primärlindningen N_1 orsakar ett varierande magnetflöde Φ i järnkärnan. Flödet inducerar i sin tur en strömbegränsande *motemk* i N_1 som nästan är lika stor som den påtryckta primärspänningen U_1. Även i sekundärlindningen N_2 induceras en spänning U_2 som kan driva ström om det finns en last R_2 ansluten.

De inducerade spänningarna är lika stora räknat per varv. Det ger oss följande två likheter:

$$\frac{U_1}{N_1}=\frac{U_2}{N_2} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1}{N_2}$$

Vidare är tillförd primär- och avgiven sekundäreffekt lika om transformatorns förluster försummas, dvs ($P_1 = P_2$). För en sådan tänkt ideal transformator gäller:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 \Rightarrow \frac{U_1}{U_2}=\frac{I_2}{I_1}$$

Genom kombination av likheterna erhålls tre vanliga formler för transformatorns spännings-, varvtals- och strömförhållande.

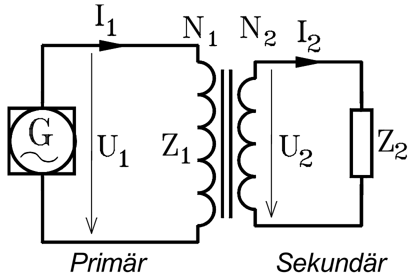
$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1}{N_2} \qquad \frac{U_1}{U_2}=\frac{I_2}{I_1} \qquad \frac{N_1}{N_2}=\frac{I_2}{I_1}$$

Transformatorns förluster

Verkliga transformatorer har värmeförluster i lindningarna samt virvelströms-, ommagnetiserings- och magnetiska läckförluster i järnkärnan. På grund av hög verkningsgrad hos transformatorer gäller de matematiska sambanden för ideala transformatorer ändå med god approximation även för verkliga transformatorer.

Impedanstransformering

Hur belastas en spänningskälla av en belastning om denna är ansluten via en transformator på sekundärsidan?



Ohms lag $\quad Z_1 = \dfrac{U_1}{I_1} \qquad Z_2 = \dfrac{U_2}{I_2}$

Lös ut U_1 $\quad \dfrac{U_1}{U_2}=\dfrac{N_1}{N_2} \Rightarrow U_1 = \dfrac{U_2 \cdot N_1}{N_2}$

Lös ut I_1 $\quad \dfrac{N_1}{N_2}=\dfrac{I_2}{I_1} \Rightarrow I_1 = \dfrac{I_2 \cdot N_2}{N_1}$

$$\left.\begin{matrix}\text{Byt}\\ U_1\\ I_1\end{matrix}\right\} \quad Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{\dfrac{U_2 \cdot N_1}{N_2}}{\dfrac{I_2 \cdot N_2}{N_1}} = \frac{U_2 \cdot N_1 \cdot N_1}{I_2 \cdot N_2 \cdot N_2}$$

Hyfsa $\quad Z_1 = \dfrac{U_2 \cdot N_1 \cdot N_1}{I_2 \cdot N_2 \cdot N_2} \quad där \quad \dfrac{U_2}{I_2} = Z_2$

$$Z_1 = Z_2 \cdot \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

Exempel

Beräkna först belastningen Z_1 som spänningskällan "ser" om Z_2=120Ω, N_1=1500 och N_2=100 varv och därefter primärströmmen I_1 om U_1=230V.

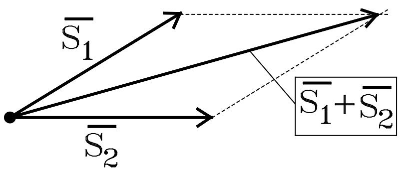
$$Z_1 = 120 \cdot \left(\frac{1500}{100}\right)^2 = 27000\Omega$$

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} \Rightarrow I_1 = \frac{230}{27000} = 8{,}5\text{mA}$$

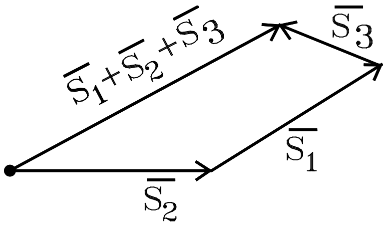
Ω - test av transformatorn

Ohm-mäts lindningarna i en transformator indikerar oändlig resistans att det är avbrott i lindningen, medan för litet ohmvärde tyder på kortslutna varv.

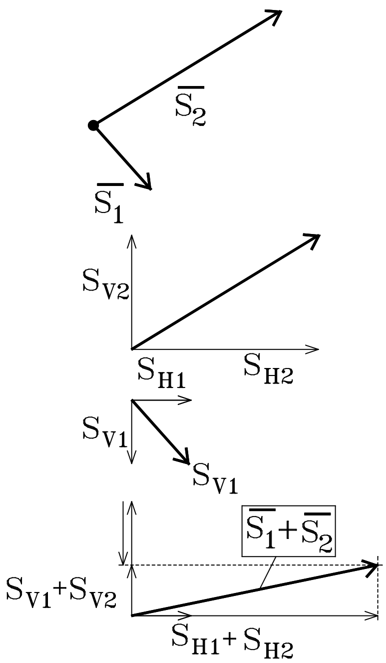
5.



6.



7.



Kapacitiv reaktans

1. a) 15,9 kΩ b) 1,59 kΩ c) 159Ω
   d) 15,9Ω e) 3,4Ω f)1,6Ω g) 0,34Ω
2. a)159 kΩ b) 15,9 kΩ c)1,59 kΩ d) 159Ω
3. a) 15,9nF b) 1,59nF c) 159pF d) 15,9pF
4. a) 226Hz b) 125Hz c) 87Hz
5. 2,0mA
6. 30,3V
7. 250Ω
8. 6,0mA
9. 0,66mV
10. 677Ω
11. 8kΩ
12. 6,9nF
13. 0,51pF (0,5075pF)
14. 4,7μF
15. 75,3Ω
16. 2,6kΩ
17. 1,8nF och 1,5nF
18. 0,48μF (0,47517μF)
19. 0,33μF
20. U_T = 11,92V, U_{22nF} = 5,79 V,
    U_{33nF} = 3,86 V, U_{56nF} = 2,27 V

Induktiv reaktans

1. a) 3,77kΩ b) 7,54kΩ c) 15,08kΩ
   d) 30,16kΩ e) 60,32kΩ f) 120,6kΩ
2. 102Ω
3. 0,70A
4. 151V
5. a) 13,2mH b) 0,825mH
6. a) 10,27kΩ b) 515Ω
7. 1103Hz
8. 57,25Ω
9. 15,6μH
10. 18,5V
11. 5,6mA
12. 17,95kΩ
13. 32,4V
14. 5,6mH
15. 3,7mH

RL & RC - seriekretsar

1. a) 37,7Ω b) 75,4Ω c) 754Ω
2. Se visardiagram för ideal induktans
3. a) 1,06 kΩ b) 106 Ω c) 10,6 Ω
4. Se visardiagrammet under rubriken Sammanfttning.
5. Se visardiagrammet under rubriken Seriekrets med R och C, punkt 6/5 i exemplet.
6. U_R = 17,5V, U_C = 9,3V, U = 19,8V
7. U_R = 4,0V, U_L = 3,1V, U = 5,1V
8. 776Ω
9. a) 29,7° b) 80,1° c) 89,0°
10. a) 89,9° b) 89,0° c) 80,2°
11. a) R = 10kΩ, X_C = 15,9kΩ, Z = 18,8kΩ
    b) 10Ω, X_L = 13,8Ω, Z = 17,1Ω
12. a) U_R = 7,7V, U_L = 22,7V, U = 24,0V
    b) U_R = 11,7V, U_L = 21,0V, U = 24,0V

Imaginära-komplexa -tal

Detta avsnitt introducerar begreppen imaginära och komplexa tal med vilka växelströmsberäkningar kan utföras på samma sätt som i likströmsläran. Läsare som redan känner till komplexa beräkningar kan hoppa direkt till nästa avsnitt med växelströmstillämpningar.

Imaginära tal

Från matematiken vet vi att kvadratroten ur ett positivt tal ***(a)***, är ett positivt eller negativt tal (en rot) som multiplicerat med sig själv ger talet ***(a).***

Exempel $\sqrt{4} = +2$ och -2

Både (+2) och (-2) multiplicerat med sig själv blir lika med 4.

För negativa tal existerar däremot inget tal (rot) som multiplicerat med sig själv blir talet. Inget hindrar oss emellertid från att föreställa (imagin) och använda oss av sådana tal. För detta ändamål används beteckningen ***j*** för den imaginära enheten som definieras enligt:

$$j = \sqrt{-1}$$

För att algebrans regler ska gälla följer att:

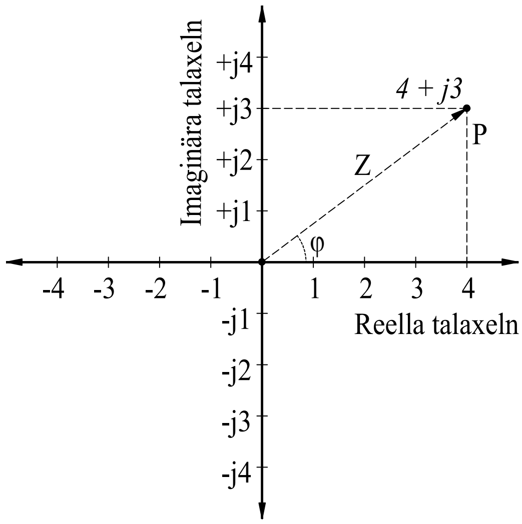
$$j^2 = -1$$
$$j^3 = -1 \cdot j$$
$$j^4 = +1$$
$$j^5 = j \quad ,osv$$

Allmänt om komplexa tal

I ett koordinatsystem placeras de reella talen utmed den reella talaxeln och alla de imaginära talen utmed en imaginär talaxel. Uttryck som består av ett reellt tal (a) och ett imaginärt tal (*j*b) i formen (a + *j*b) kallas ett komplext tal i *rektangulär form*. Ett exempel på ett sådant komplext tal är:

$$4 + j3$$

Grafiskt kan talet åskådliggöras som en punkt P med koordinaterna 4 och *j*3 i det *komplexa talplanet* enligt följande bild.



Det imaginära talet (4 + *j*3) kan även representeras av absolutbeloppet (längden) för visaren ($\underline{Z}$) tillsammans med vinkeln (φ). Beteckningen ($\underline{Z}$) markerar därvid att visaren har såväl storlek som riktning. Visarens storlek betecknas med ett enkelt (Z) utan understrykning och beräknas med Pythagoras sats. Vinkeln (φ) är det komplexa talets vinkel eller vinkelargument och beräknas trigonometriskt.

$$Z = \sqrt{4^2 + 3^2} \qquad \tan\varphi = \frac{3}{4}$$

Då visarlängden (Z) och vinkeln (φ) är kända kan ett komplext tal i rektangulär form skrivas i *trigonometrisk form* på följande sätt:

$$Z \cdot \cos\varphi + jZ \cdot \sin\varphi$$

Exempel: Omvandla det komplexa talet (3 + *j*2) från rektangulär till trigonometrisk form.

$$Z = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \approx 3{,}6$$

$$\tan\varphi = \frac{2}{3} \approx 0{,}6667$$

tan φ = 0,6667 motsvarar vinkeln 33,7°

$$Z \cdot \cos\varphi + jZ \cdot \sin\varphi$$
$$3{,}6 \cdot \cos 33{,}7^\circ + j3{,}6 \cdot \sin 33{,}7^\circ$$

Förkortat kan trigonometrisk form skrivas på ett sätt som kallas *polär form*

$$Z \cdot \cos\varphi + jZ \,.\, \sin\varphi \quad \Rightarrow \quad Z\angle\varphi$$

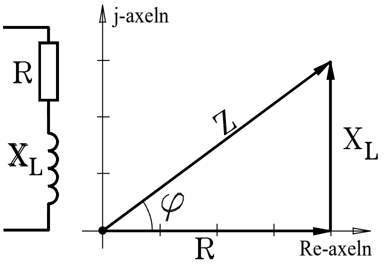
$j\omega$ - komplexa - metoden

Komplexa kretsberäkningar

Beräkningar av växelströmsproblem kan utföras med hjälp av komplexa metoden, också vanligen kallad $j\omega$ - eller symboliska metoden.

Impedans i seriekretsar

Bilden visar en induktiv seriekrets med tillhörande impedanstriangel placerad i det komplexa talplanet.

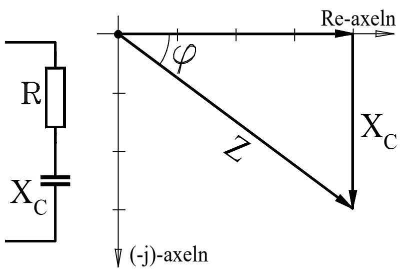


Av ovan visade bild framgår att impedansen kan skrivas som ett komplext tal:

$$\underline{Z} = R + jX_L$$

På motsvarande sätt kan en kapacitiv serieimpedans tecknas:

$$\underline{Z} = R + (-j)X_C$$



Benämningen $j\omega$-metoden

Impedansen definieras därmed som en visare i det komplexa talplanet, med en reell komposant, R (Ω), och en imaginär komposant, jX_L (Ω) respektive ($-jX_C$), där

$$X_L = 2\pi f \cdot L \qquad \text{och} \qquad X_C = \frac{1}{2\pi f \cdot C}$$

Vinkelhastigheten ($2\pi f$) brukar ofta anges med den grekiska bokstaven omega, ($\omega = 2\pi f$). Införs detta skrivsätt i de komplexa reaktansuttrycken ser de ut så som följer:

$$jX_L = j\omega \cdot L$$

$$(-jX_C) = (-j)\frac{1}{\omega \cdot C} \Rightarrow \frac{-j1}{\omega \cdot C} \Rightarrow \frac{1}{j\omega \cdot C}$$

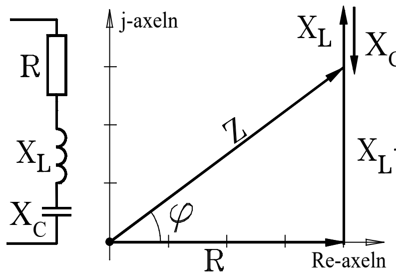
Impedansformlerna får därav ett utseende som förklarar benämningen *$j\omega$-metoden.*

$\underline{Z} = R + jX_L$ Þ $\underline{Z} = R + j\omega \cdot L$

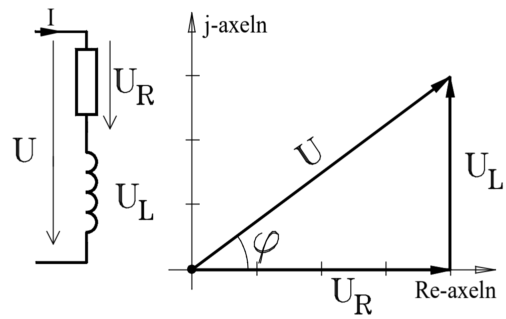
$$\underline{Z} = R + (-j)X_C \Rightarrow \underline{Z} = R + \frac{1}{j\omega \cdot C}$$

För en RCL-seriekretsen nedan tecknas den komplexa impedansen på följande sätt:

$$\underline{Z} = R + j\omega \cdot L - \frac{1}{j\omega \cdot C}$$



Ström och spänning i seriekretsar



Ovan är den induktiva seriekretsens spänningstriangel är inlagd i det komplexa talplanet. Det är uppenbart att även sambandet mellan den pålagda spänningen U och delspänningarna U_R och U_L kan anges i komplex form.

$$\underline{U} = U_R + jU_L$$

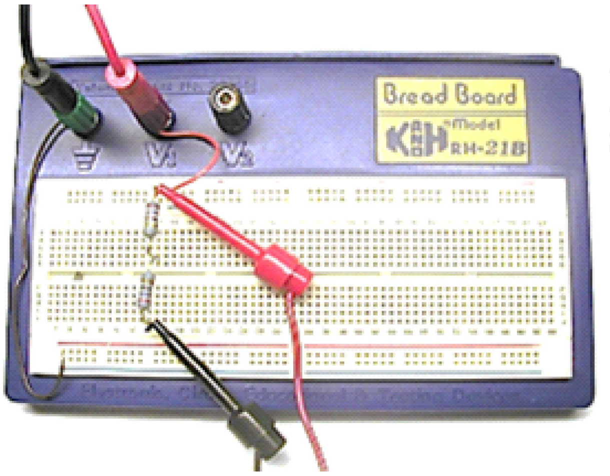
($\underline{U}_R = \underline{I} \cdot R$) utgör realdelen med $\underline{I}$ och $\underline{U}_R$ i fas.

($\underline{U}_L = \underline{I} \cdot j\omega L$) är den imaginära delen med $\underline{U}_L$ fasförskjutna 90º före $\underline{I}$ eftersom multiplikation med (j) medför 90º positiv fasvridning i det komplexa talplanet.

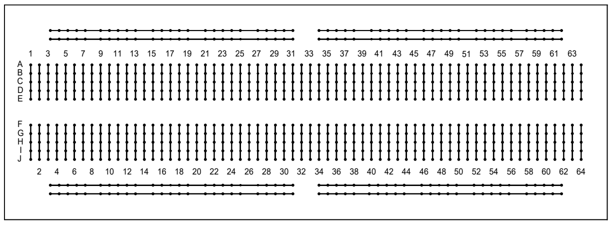
Mätövningar

Hur man mäter

Experimentkretsarna kopplas med lösa komponenter på en kopplingsplatta (Bread Board) för lödfria anslutningar.

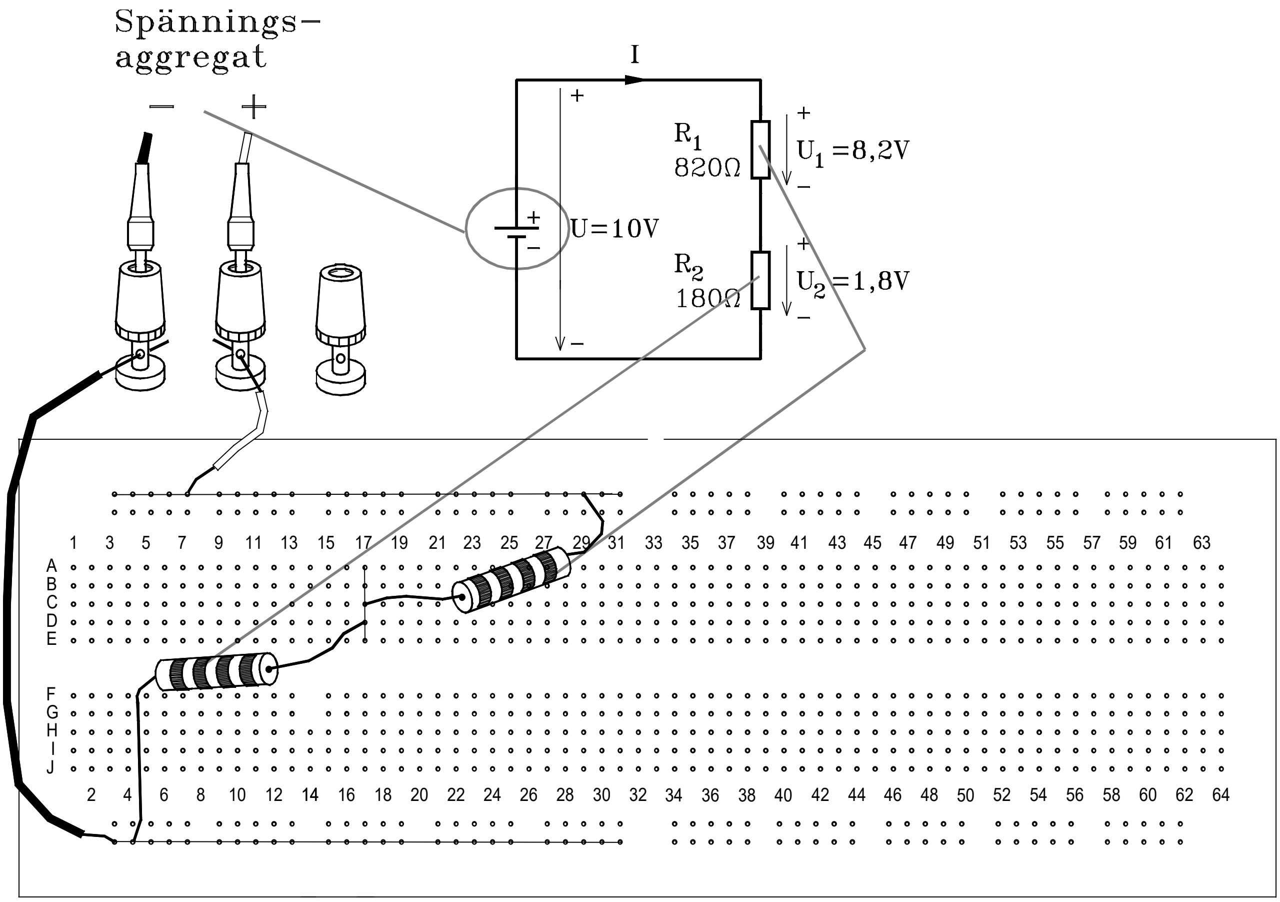


För direkt anslutning av mätinstrument rekommenderas <u>"lätta"</u> mätkablar och testpinnar så att komponenterna inte lossnar från plattans anslutningspunkter.



För anslutning av spänningsmatning är vanliga laboratoriekablar med banankontakter kopplade till kortets labhylsor ett bra val. Labhylsorna ansluts i sin tur med <u>enkeltråd</u> (EKUX 0,28mm^2) till kortets kopplingspunkter.

Exempel: Elritning och uppkoppling. Linjerna mellan elritningen och kompnenterna visar vilken resistor som är R_1 respektive R_2. Lägg märke till hur R_1 och R_2 förbundits med varandra i kopplingspunkt 17.



Mätövningar

Allmänt

Att mäta och laborera är en viktig del vid studier av elektricitet. Läsare rekommenderas därför att koppla upp och mäta på de kretsar som refereras till i löpande text och beräkningsexempel.

Mätrapport

När elektriska mätuppgifter görs bör man föra strukturerade anteckningar som stöd för tanken och en sammanfattande mätrapport. Det är ett vanligt nybörjarmisstag att inte göra detta. Här är ett förslag på vad som ska ingå en enkel mätrapport.

Checklista för mätrapport

Namn och datum.

Rubrik som anger vad rapporten handlar om.

En kort beskrivning av det som ska göras.

En tydlig elritning med komponentvärden, storhetsbeteckningar, referenspilar för spänning och ström är ett måste!

Noteringar av mätresultaten.

Beräkningar ska vara tydligt uppställda och lätta att följa.

Slutsatser och kommentarer av mätresultaten.

Rekommenderade mätuppgifter

1. sidan-4) Resistansmätning med multimeter av de resistorer som anges i tabellen ur E6- och E12-serien och 100Ω poteniometern.

2. sidan-5) Spänningsmätning på ett enkelt batteri, tre parallella och tre seriekopplade batterier.

3. sidan-7) Beräkna ledningsresistansen och kontrollmät 100m / 1,5mm^2 enkeltrådig kopparledning.

4. sidan-9) Strömmätning enligt kretsen längst ner på sidan.

5. sidan-10) Verifiera Ohms lag genom ström- och spänningsmätning av kretsarna i de tre exemplen.

5. sidan-13) Verifiera regeln om seriekopplade resistorer genom att kombinera resistorer och resistansmäta .

6. sidan-15) Koppla och kontrollmät delspänningar och strömmen i kretsen i vänster kolumn.

7. sidan-17) Verifiera Kirchhoffs strömlag genom att kopla upp och mäta strömmarna i kretsen med givna värden.

8. sidan-19) Verifiera formlerna för beräkning av parallellresistans genom att koppla upp en krets med tre resistorer på 1kΩ, 1,5kΩ och 2,2kΩ, samt en med två resistorer på 1,5kΩ och 2,2kΩ.

9. sidan-21) Koppla upp resistorkombinationen i exemplet utan spänningskälla och kontrollera genom Ω-mätning om det beräknade värdet på R_T stämmer.

10. sidan-24) Koppla upp kretsen under rubriken "Flera parallella slingor" och kontrollmät beräknade spänningar och strömmar.

11. sidan-26) Koppla upp och mät i tur och ordning spänningarna i den obelastade och belastade kretsen.

12. sidan-28) Kontrollera gränsvärdet genom att beräkna högsta tillåtna spänning över en resistor med känd effekttålighet, tex 1kΩ/250mW. Koppla den därefter till en spänningkälla, överskrid den beräknade spänningen till den förstörs.

13. sidan-30) Prova att bestämma inre resistansen och emk hos ett vanligt 1,5V batteri.

14. sidan-33) Verifiera anpassningskurvan genom att använda ett spänningsaggregat inställt på 1,0V som emk i serie med en resistor på 1kΩ som R_i. Anslut i tur och ordning belastningsresistorer på 100Ω, 330Ω, 680Ω, 820Ω, 1kΩ, 1,2kΩ, 1,5kΩ, 2,2kΩ, 3,3kΩ, 4,7kΩ, 6,8kΩ, mät strömmen genom och spänningen över belastningarna, notera mätresultaten, beräkna effekten och rita en graf som visar hur P_L beror av R_L.

15. sidan-36) Verifiera superpositionssatsen enligt visat exempel.

16. sidan-37) Verifiera tvåpolssatsen enligt givet exempel.